A LEI DE RADIAÇÃO DE STEFAN – BOLTZMANN

Material Utilizado:

- um fonte regulada de potência CC (3 A, 12 V)
- uma lâmpada de Stefan-Boltzmann (PASCO TD-8553)
- um sensor de radiação (PASCO TD-8555)
- um milivoltímetro CC (0 - 200 mV)
- um voltímetro CC (0 - 20 V)
- um amperímetro CC (0 - 10 A)
- um ohmímetro (1 MΩ)
- um termômetro (0 - 50 °C)

Objetivo do Experimento: Investigar qualitativamente a emissão, absorção e transmissão da radiação térmica por diferentes corpos. Investigar a dependência da intensidade da radiação emitida por um filamento incandescente com a temperatura.

INTRODUÇÃO

É um resultado bem conhecido que todos os corpos estão continuamente emitindo radiação (onda) eletromagnética. Em última análise esta emissão de radiação pode ser atribuída à aceleração de suas cargas elétricas. Radiação eletromagnética inclui raios gama, raios X, radiação ultravioleta, luz visível, radiação infravermelha, microondas, radar, ondas de rádio, etc. A radiação eletromagnética pode ser produzida de diversas formas, dependendo do tipo de partícula carregada envolvida no processo. Como exemplo, raios gama são produzidos por fissão de núcleos ou por desintegração radioativa, raios X por bombardeio de metais com elétrons de alta energia, ondas de rádio por fluxo de corrente alternada através de condutores. Parte da radiação eletromagnética emitida por uma substância origina-se do movimentos rotacional e vibracional de seus átomos e moléculas. Como os níveis de energia associados a esses movimentos podem ser termicamente excitados, a radiação emitida resultante é denominada *radiação térmica*. Em outras palavras, a radiação térmica emitida por uma substância representa a conversão de sua energia térmica interna em energia eletromagnética. O espectro de comprimentos de onda da radiação térmica se extende essencialmente de 0,1 a 100 μm, o que inclui o ultravioleta (0,1 a 0,38 μm), o visível (0,38 a 0,76 μm) e o infravermelho (0,76 a 100 μm). A emissão de radiação térmica por um corpo concorre para o decréscimo de sua temperatura da mesma forma que o recebimento de energia radiante do ambiente concorre para um aumento de sua temperatura, de modo que se estabelece uma tendência de equilíbrio térmico entre o corpo e o ambiente.

A taxa de emissão de radiação térmica por um corpo depende da temperatura T de sua superfície, da natureza desta e do comprimento de onda λ da radiação. Para caracterizar esta taxa de emissão, define-se a *intensidade total emissiva* I_T como a energia radiante total (isto é, considerando todos os comprimentos de onda) emitida por unidade de tempo por unidade de área. Quando uma radiação incide sobre um corpo, parte é absorvida pelo mesmo, parte é transmitida e alguma é refletida. A fração da energia radiante incidente total que é absorvida é definida como *absortividade total* a. A absortividade difere amplamente entre as substâncias. Algumas substâncias, como a fuligem e o asfalto, têm absortividades muito próximas da unidade, isto é, praticamente absorvem toda a radiação que nelas incide. Um corpo que absorve toda a radiação incidente ($a = 1$) é denominado de *corpo negro*. Embora algumas superfícies e configurações geométricas concorram para resultar em corpos com absortividade próxima da unidade, um corpo negro perfeito não existe. É um importante resultado que *um bom absorvedor de radiação é também um bom emissor e vice-versa* (lei de Kirchoff), o que pode ser facilmente demonstrado experimentalmente. Este resultado é esperado, uma vez que, para que um corpo atinja um equilíbrio térmico é necessário que ele emita a mesma quantidade de radiação que recebe. Superfícies negras são (geralmente) mais absorvedoras que superfícies brancas e superfícies ásperas são mais absorvedoras que superfícies polidas. Consequentemente, esperamos que superfícies negras e ásperas sejam melhor emissoras que superfícies brancas e polidas, respectivamente. É preciso destacar, entretanto, que o olho humano, que é um indicador muito bom de radiação térmica refletida no intervalo visível do espectro, não é um sensor de radiação absolutamente confiável, devido à sua insensibilidade à reflexão de radiação térmica com comprimento de onda fora desse intervalo. Apenas ocorre que superfícies que parecem negras do ponto de vista de cor são geralmente também boas absorvedoras de radiação térmica fora do intervalo visível. Entretanto, certas substâncias, que seriam avaliadas pelo olho humano como mau absorvedoras de radiação térmica (devido à sua cor branca) demonstram-se absorvedoras muito boas de radiação em certos intervalos do espectro eletromagnético.

Foi primeiramente sugerido por Stefan (1879) e posteriormente predito teoricamente por Boltzmann que a intensidade total emissiva I_{TN} de um corpo negro é proporcional à quarta potência de sua temperatura absoluta. Esta lei, conhecida como a "lei de Stefan-Boltzmann" pode ser escrita como

$$I_{TN} = \sigma T^4, \quad (1)$$

onde $\sigma = 5{,}67 \text{ X } 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ °K}^4$ é uma constante universal (a "constante de Stefan-Boltzmann").

A relação entre a intensidade total emissiva de um corpo qualquer e sua absortividade total pode ser deduzida ao longo da seguinte argumentação. Considere dois corpos, um dos quais um corpo negro, no interior de uma caixa cujas paredes internas estão a uma temperatura T, e suponhamos que esses corpos estejam também à temperatura T, de forma que há um equilíbrio térmico entre os corpos e entre estes e o ambiente. A intenside de radiação incidente I sobre os dois corpos é a mesma. Para o corpo negro, a intensidade de radiação absorvida é, por definição, igual a I e a intensidade de radiação emitida é I_{TN}. Como o corpo negro encontra-se em equilíbrio térmico com o outro corpo e as paredes da caixa, tem-se $I = I_{TN}$. Para o outro corpo, a intensidade de radiação absorvida é igual a aI, enquanto que a intensidade de radiação emitida é I_T. Novamente, como o corpo encontra-se também em equilíbrio térmico com o corpo negro e com as paredes da caixa, tem-se $aI = I_T$. Consequentemente obtém-se

$$I_T = a\, I_{TN}, \quad (2)$$

isto é, *a intensidade total emissiva de um corpo a qualquer temperatura é uma fração, igual à absortividade total do corpo, da intensidade total emissiva do corpo negro nesta temperatura*.

A *emissividade total* e de um corpo a uma certa temperatura é definido como a razão entre sua intensidade total emissiva e a intensidade total emissiva de um corpo negro na mesma temperatura, ou seja

$$I_T = e\, I_{TN} = e\, \sigma\, T^4. \quad (3)$$

A igualdade entre a absortividade total a e a emissividade total e, obtida comparando-se as relações (2) e (3) é um teorema devido a Kirchoff (1895). Este resultado, independente de qualquer hopótese particular sobre os processos de emissão e absorção, decorre de um argumento termodinâmico, considerando a troca de energia térmica entre superfícies de naturezas diferentes, em equilíbrio térmico.

Para discutir o papel do comprimento na radiação térmica emitida por uma superfície, introduz-se a *intensidade emissiva monocromática* I_λ, definida como a intensidade total emissiva por unidade de comprimento de onda, ou seja

$$I_\lambda = \frac{dI_{0\to\lambda}}{d\lambda},$$

onde $I_{0\to\lambda}$ é a intensidade emissiva no intervalo de comprimentos de onda compreendido entre 0 e λ. Desta definição segue que a intensidade total emissiva de uma superfície é dada por

$$I_T = I_{0\to\infty} = \int_0^\infty I_{\lambda'}\, d\lambda'. \quad (4)$$

A intensidade emissiva monocromática I_λ depende da superfície, e é também uma função do comprimento de onda e da temperatura. Para um corpo negro, a teoria quântica estabelece que sua intensidade emissiva monocromática $I_{\lambda N}$ é dada por

$$I_{\lambda N} = \frac{8\,\pi\, h\, c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{h\,c/k_B \lambda T} - 1}, \quad (5)$$

onde c é a velocidade da luz, k_B é a constante de Boltzmann e h é a constante de Planck. Este resultado, deduzido por Max Planck, foi inteiramente confirmado pela experiência e é uma das descobertas fundamentais da Física Moderna. Sendo a teoria de Planck para o corpo negro baseada na quantização da energia da radiação eletromagnética (o conceito de que um campo eletromagnético de frequência ν pode ceder ou receber energia apenas em valores discretos $E = h\nu$ − onde h é a constante de Planck), ela é historicamente um dos desenvolvimentos mais importantes no estabelecimento da Física Quântica. Com base na relação (5) é fácil perceber que, para cada temperatura, $I_{\lambda N}$ é uma função suave de λ, crescendo com λ a partir de zero até atingir um pico, e então decrescendo novamente a zero. É importante destacar que a lei de Stefan-Boltzmann (1) pode ser formalmente deduzida a partir da teoria de Planck (5) e da definição (4).

Define-se *emissividade monocromática* e_λ de uma superfície qualquer a uma dada temperatura como a razão entre sua intensidade emissiva monocromática e a intensidade emissiva monocromática da superfície de um corpo negro na mesma temperatura. (consequentemente, por definição, a emissividade monocromática de um corpo negro é igual à unidade para qualquer valor do comprimento de onda). Considerando uma superfície real (isto é, que não a de um corpo negro), sua emissividade monocromática apresenta uma dependência característica e distinta com o comprimento de onda, sendo sempre inferior à unidade em todo o espectro eletromagnético. Uma outra idealização no contexto da discussão da radiação térmica é a de um *corpo cinza*, isto é, um corpo para o qual e emissividade monocromática é inferior à unidade mas independente do comprimento de onda em todo o espectro eletromagnético. Certas superfícies podem apresentar um comportamento aproximado de um corpo cinza em certa faixa do espectro, como, por exemplo, o cobre polido para comprimentos de onda superiores a 2 μm. Como um corpo negro, um corpo cinza também apresenta uma intensidade emissiva total proporcional à quarta potência da temperatura absoluta. Isto pode ser facilmente compreendido tendo em mente a relação (4) e que a intensidade emissiva monocromática I_λ de um corpo cinza é igual à de um corpo negro, $I_{\lambda N}$, a menos de uma constante de proporcionalidade (independente do comprimento de onda).

Este experimento consistirá de duas partes.

Na primeira parte compararemos as emissividades totais de algumas superfícies (negra, branca, alumínio polido e alumínio fosco) em temperaturas diversas, e também investigaremos as propriedades de absorção e transmissão de certas substâncias.

Na segunda parte do experimento determinaremos a dependência da intensidade emissiva total de um filamento (de tungstênio) incandescente com a temperatura e, consequentemente, verificaremos o quanto um tal filamento se aproxima de um corpo cinza. Para conseguir isto, o método utilizado é simples e consiste no seguinte. Ao aplicar uma força eletromotriz ao filamento incandescente de uma lâmpada, este se aquece até uma dada temperatura. A radiação emitida pelo filamento é medido por um sensor de radiação. Como a temperatura do filamento depende da força eletromotriz aplicada ao mesmo, fazendo variar esta f.e.m., consegue-se submeter o filamento a temperaturas diferentes. A temperatura do filamento é calculada a partir da medida da razão entre sua resistência na temperatura em questão e sua resistência a 300 °K e de uma curva de calibração "Resistência versus Temperatura" do material de que é feito. Para cada f.e.m. selecionada são registrados a temperatura do filamento e a intensidade de radiação fornecida pelo sensor, obtendo-se desta forma a dependência da intensidade da radiação emitida pelo filamento com a temperatura.

Para medir a intensidade emissiva total, faz-se uso de um sensor de radiação. Este sensor consiste de uma termopilha (uma associação em série de pequenos termopares). Se as potências de radiação medidas forem suficientemente baixas (como geralmente é o caso quando se usa uma termopilha), a força eletromotriz termoelétrica resultante desenvolvida na termopilha será, com boa aproximação, proporcional à diferença de intensidade entre as radiações incidente e emitida pela mesma. A resposta espectral da termopilha é essencialmente um plateau na região do infravermelho (de 0,5 a 40 μm) e as forças eletromotrizes desenvolvidas encontram-se na faixa de microvolts até aproximadamente 100 milivolts.

Consideremos agora a utilização do sensor de radiação na medição da intensidade emissiva total de um corpo cinza. Se a termopilha se encontrasse à temperatura de zero absoluto, a dependência da força eletromotriz termoelétrica U_{termo} gerada na mesma com a temperatura absoluta T do filamento seria teoricamente dada por $U_{\text{termo}} \sim T^4$. (desde que o filamento comporte-se como um "corpo cinza"). Entretanto, a termopilha encontra-se à temperatura ambiente T_A e portanto emite radiação, de tal forma que a dependência esperada é $U_{\text{termo}} \sim (T^4 - T_A^{\,4})$.

PROCEDIMENTO

<u>Observações Importantes</u>:

(i) <u>A voltagem de alimentação da lâmpada de Stefan-Boltzmann não deve ultrapassar 12 V</u>. Desta forma é recomendável fazer-se uso de uma fonte com limitação de tensão (e, preferivelmente, regulada para possibilitar estabilização da temperatura do filamento).

(ii) Efetue cada medição de intensidade de radiação rapidamente. Entre medições posicione ambas as placas de espuma isolante entre a lâmpada e o sensor, com a face prateada voltada para a lâmpada. Isto fará com que a temperatura do sensor permaneça relativamente constante.

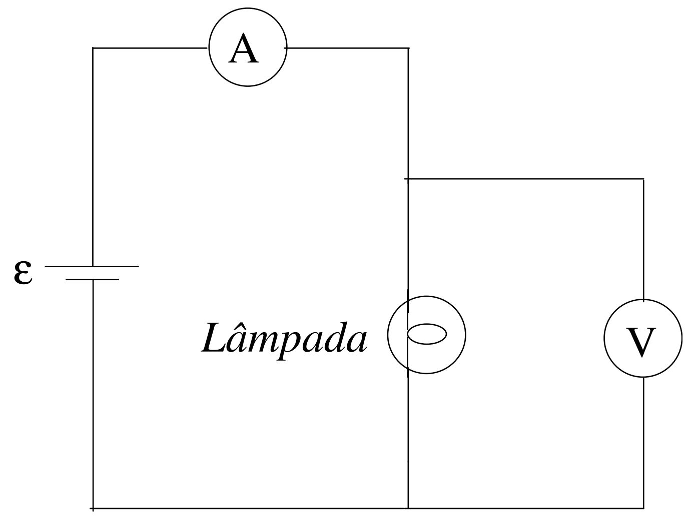

Figura 1 - Circuito elétrico para medição de alimentação da lâmpada de Stefan-Boltzmann e medição de sua resistência.

1. Meça com o termômetro e registre a temperatura ambiente T_A.

2. Meça a resistência R_A do filamento da lâmpada à temperatura ambiente. A medição deve ser realizada com a maior precisão possível, uma vez que um pequeno erro na medida de R_A resultará num erro maior na temperatura do filamento. Se o ohmímetro disponível não fornecer uma precisão adequada, pode-se obter R_A indiretamente, fazendo-se uso do circuito da Fig. 1, e medindo-se a diferença de potencial V nos extremos da lâmpada e a corrente I que a atravessa, através da definição $R_A = V \,/\, I$. Neste caso, a diferença de potencial V deve ser o mais baixa possível, para que a lâmpada não se aqueça.

3. Ligue a fonte com sua chaves seletoras de tensão e corrente na posição de mínimo. Programe a fonte para trabalhar com limitação de tensão no valor 10 V. Para tanto você deve ajustar as posições dessas chaves seletoras até que o valor de 10 V seja indicado no voltímetro embutido da fonte. A partir deste ponto, você não deve mais modificar a posição do potenciômetro de tensão (e neste caso, a f.e.m. da fonte não ultrapassará o valor de 10 V, independentemente do valor selecionado para a corrente). Para montar o circuito, volte o potenciômetro de corrente para a posição de mínimo.

4. Monte o circuito de alimentação da lâmpada. Observe que o voltímetro deve ser conectado diretamente aos terminais da lâmpada (veja Fig. 1). Selecione fundos de escala apropriados para o voltímetro e o amperímetro. Peça o professor para conferir a montagem.

5. Conecte o sensor de radiação ao milivoltímetro e selecione um fundo de escala apropriado para o mesmo (tipicamente 200 mV).

6. Posicione o sensor de radiação de forma que o mesmo fique na mesma altura do filamento e a aproximadamente 6 cm deste. Oriente o sensor de tal forma que o eixo do mesmo fique perpendicular ao eixo da lâmpada (desta forma o sensor "verá" a maior dimensão do filamento). Para minimizar a possibilidade de interferência de outras fontes (de radiação), o ângulo de entrada da termopilha não deve incluir em sua proximidade outros objetos que possam estar mais quentes que o ambiente (equipamentos elétricos em operação, outras fontes de luz, etc).

7. Para variar a temperatura do filamento da lâmpada em uma faixa de temperaturas elevadas, ele será alimentado por voltagens no intervalo de 1 V a 10 V, em passos de 1 V. Para tanto você deverá, *atuando no potenciômetro de corrente*, fazer aumentar gradualmente a tensão na lâmpada até atingir os valores desejados. Na folha de resultados registre cada valor de tensão V aplicada, bem como os valores correspondentes de corrente elétrica I no filamento e força eletromotriz termoelétrica U_{termo} desenvolvida na termopilha (e medida pelo milivoltímetro).

8. Complete a tabela apropriada da folha de resultados calculando os valores de resistência $R = V / I$, da razão R / R_A, e da temperatura absoluta T . O valor de T deve ser obtido fazendo-se uso da tabela "Resistência versus Temperatura" para o tungstênio (Tabela 2). Tenha em mente que a dependência da resistividade com a temperatura para metais não é exatamente linear. Portanto o valor de T deve ser obtido por interpolação entre pontos (R / R_A, T) suficientemente próximos ao ponto cuja temperatura se quer conhecer.

   Observação: Note que a tabela fornece a dependência da resistência com a temperatura tomando como referência a resistência a 300 °K. Desta forma, para o propósito de se fazer uso dessa tabela, rigorosamente dever-se-ia medir a resistência do filamento a 300 °K e calcular a razão $R / R_{300\ °K}$, ao invés da razão (R / R_A). Entretanto, a diferença entre essas razões deve ser desprezivel se a temperatura ambiente estiver suficientemente próxima de 300 °K.

9. A partir dos dados registrados na tabela construa um gráfico mostrando a dependência entre a força eletromotriz termoelétrica U_{termo} e a temperatura absoluta T.

10. Como explicado na INTRODUÇÃO, tendo em vista que a termopilha encontra-se à temperatura ambiente T_A e portanto emite radiação, espera-se que essa dependência seja dada por $U_{\text{termo}} \sim (T^4 - T_A^4)$ (desde que o filamento comporte-se como um "corpo cinza", para o qual a lei de Stefan-Boltzmann é válida).

11. Pode-se descobrir o quanto o filamento investigado se aproxima de um "corpo cinza" comparando a curva experimental U_{termo} versus T com a dependência teórica $U_{\text{termo}} \sim (T^4 - T_A^4)$. Para tanto, sugerimos que você faça uso de um programa de ajuste adequado, propondo a função de ajuste dada por $U_{\text{termo}} = C\ (T^E - T_A^E)$. No processo de ajuste, a constante de proporcionalidade C e o expoente E deverão ser considerados como parâmetros de ajuste (isto é, serão determinados pelo programa) e a grandeza T_A (temperatura ambiente) será introduzida como um parâmetro fixo com um valor igual ao obtido por medição. O filamento poderá ser considerado um "corpo cinza" se o expoente E encontrado for igual, dentro da incerteza fornecida pelo programa de ajuste, igual a 4. Encontre E pelo processo acima descrito e registre o seu valor na folha de resultados.

FOLHA DE DADOS E RESULTADOS

Experimento: Radiação Térmica

Data____/____/____

COMPONENTES DO GRUPO

NOME ____
NOME ____
NOME ____
NOME ____

CARACTERÍSTICAS DO FILAMENTO

Curva Diferença de Potencial Versus Corrente à temperatura ambiente

i (mA)	V (mV)

DEPENDÊNCIA DA INTENSIDADE DA RADIAÇÃO EMITIDA
PELO FILAMENTO COM A TEMPERATURA

Temperatura ambiente: T_A = (__________ ± _____) °C = (__________ ± _____) °K

Resistência do filamento à temperatura ambiente: R_A = (__________ ± _____) Ω

V (Volt)	I (Ampère)	R (Ω)	R / R_A	T (°K)	U_{termo} (mV)

AVALIAÇÃO DO FILAMENTO COMO UM "CORPO CINZA"

E = ___________ ± _____

Tabela 2 - Dependência da Resistência com a Temperatura para o Tungstênio

R / $R_{300° K}$	T (° K)	R / $R_{300° K}$	T (° K)	R / $R_{300° K}$	T (° k)	R / $R_{300° K}$	T (° K)
1,0	300	5,48	1200	10,63	2100	16,29	3000
1,43	400	6,03	1300	11,24	2200	16,95	3100
1,87	500	6,58	1400	11,84	2300	17,62	3200
2,34	600	7,14	1500	12,46	2400	18,28	3300
2,85	700	7,71	1600	13,08	2500	18,97	3400
3,36	800	8,28	1700	13,72	2600	19,66	3500
3,88	900	8,86	1800	14,34	2700	26,35	3600
4,41	1000	9,44	1900	14,99	2800		
4,95	1100	10,03	2000	15,63	2900		